

# **Programa de Matemática**

## **UNDÉCIMO GRADO**

## **OBJETIVOS GENERALES DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR**

1. Demostrar una concepción científica del mundo y una cultura político - ideológica a través del modo en que se argumentan los contenidos matemáticos, la consecuencia con que se sostienen los principios de la batalla de ideas y las ideas de Martí, el Ché y Fidel, la forma en que se defienden las conquistas del socialismo cubano, y la profundidad con que se rechaza al capitalismo y al poder hegemónico del imperialismo yanqui.
2. Adoptar decisiones responsables en su vida personal, familiar y social sobre la base de la comprensión de las necesidades vitales del país, la aplicación de procesos del pensamiento, técnicas y estrategias de trabajo y la utilización de conceptos, relaciones y procedimientos de la estadística descriptiva, la aritmética, el álgebra, la geometría y la trigonometría.
3. Formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo político, económico y social local, nacional, regional y mundial y con fenómenos y procesos científico-ambientales, que requieran transferir conocimientos y habilidades aritméticas, algebraicas, geométricas y trigonométricas a diferentes contextos y promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes, que le permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida.
4. Desarrollar hábitos de estudio y técnicas para la adquisición independiente de nuevos conocimientos y la racionalización del trabajo mental con ayuda de los recursos de las tecnologías de la informática y la comunicación, que le permitan la superación permanente y la orientación en el entorno natural, productivo y social donde se desenvuelve.
5. Exponer sus argumentaciones de forma precisa, coherente, racional y convincente a partir del dominio de la simbología y terminología matemáticas, como base para su mejor desenvolvimiento en todos los ámbitos de su actividad futura.

## **INDICACIONES METODOLÓGICAS GENERALES DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA**

La enseñanza - aprendizaje de la Matemática se encuentra en un proceso de renovación de sus enfoques, que persigue que los estudiantes adquieran una concepción científica del mundo, una cultura integral, competencias y actitudes necesarias para ser hombres y mujeres plenos, útiles a nuestra sociedad, sensibles y responsables ante los problemas sociales, científicos, tecnológicos y ambientales a escala local, nacional, regional y mundial.

Los cambios en la enseñanza – aprendizaje de la asignatura Matemática en preuniversitario deben dirigirse en lo esencial a:

1. Contribuir a la educación político – ideológica, económico – laboral y científico – ambiental de los alumnos, mostrando que la matemática permite la obtención y aplicación de conocimientos a la vida, la ciencia, la técnica y el

arte, posibilita comprender y transformar el mundo, y ayuda a desarrollar valores y actitudes acordes con los principios de nuestra Revolución.

2. Potenciar el desarrollo de los alumnos hacia niveles superiores de desempeño, a través de la realización de tareas cada vez más complejas, incluso de carácter interdisciplinario, y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad.

3. Plantear el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas de modo que la resolución de problemas no sea sólo un medio para fijar, sino también para adquirir nuevos conocimientos, sobre la base de un concepto amplio de problema.

4. Propiciar la reflexión, la comprensión conceptual junto con la búsqueda de significados, el análisis de qué métodos son adecuados y la búsqueda de los mejores, dando posibilidades para que los alumnos elaboren y expliquen sus propios procedimientos, de modo de alejar todo formalismo en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

5. Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, tratando además que se integre el saber de los alumnos procedente de distintas áreas de la Matemática e incluso de otras asignaturas.

4. Realizar el diagnóstico sistemático de los conocimientos, habilidades, modos de la actividad mental, y de las formas de sentir y actuar de los alumnos, valorando en cada caso cuáles son las potencialidades y las causas de las dificultades de los alumnos.

5. Planificar, orientar y controlar el trabajo independiente de forma sistémica, variada y diferenciada, que les permita desarrollar habilidades para la lectura, la búsqueda de información, la interpretación de diversas fuentes, el trabajo cooperado y la argumentación y comunicación de sus ideas en un adecuado clima afectivo donde haya margen para el error.

6. Proyectar la evaluación en correspondencia con los objetivos del nivel, el grado y las unidades y como proceso continuo que promueva la discusión de alternativas y procedimientos para la solución de tareas docentes, con el empleo de la crítica y la autocrítica como método habitual para la evaluación de los compañeros y la propia auto evaluación.

7. Utilizar las tecnologías de la informática y la comunicación con el objetivo de adquirir información y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos.

Para poder lograr la mayor efectividad de la integración de las video – clases con el desarrollo del proceso docente - educativo se debe tener en cuenta el diagnóstico del grupo para que cada profesor utilice, además de los ejercicios y problemas que se propongan en las video-clases, otros que correspondan a las necesidades y potencialidades de sus alumnos.

Otro elemento a tener en cuenta en la planificación de las clases es la introducción coherente del software educativo, los sistemas de aplicación y los asistentes matemáticos como “El Geómetra”, los cuales deben ser utilizados por los alumnos dentro y fuera de las clases, a partir de la certera orientación de los docentes. Dentro del software educativo está el de la Colección “El

Navegante” para la enseñanza secundaria básica y el de la Colección “Futuro”, para la preuniversitaria.

Por otra parte, el trabajo en función del Programa Director de Matemática debe propiciar que las distintas disciplinas del área de ciencias exactas asuman su responsabilidad en el logro de aquellos objetivos que se pueden potenciar dentro de cada una de ellas, atendiendo al diagnóstico de los alumnos.

### **OBJETIVOS GENERALES DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA EN EL UNDÉCIMO GRADO Y SEGUNDO AÑO DE LA ETP**

1. Manifestar una concepción científica del mundo a través de la interpretación del papel jugado por distintos problemas en determinados momentos histórico – concretos y la comprensión de la función de la actividad científico – técnica contemporánea en la sociedad actual.
2. Afirmar su orientación vocacional a partir de la motivación alcanzada en la asignatura y de la relación de esta con otras ciencias, sus principales aplicaciones tecnológicas y las implicaciones para la sociedad, atendiendo en su elección a las necesidades vitales para el desarrollo del país.
3. Procesar información sobre el desarrollo económico, político y social en Cuba y en otras regiones y sobre problemas científico-ambientales para fundamentar la superioridad del sistema socialista cubano sobre el capitalista y analizar críticamente las consecuencias de políticas científicas y tecnológicas, utilizando los recursos matemáticos estudiados en grados anteriores y conceptos, relaciones y procedimientos propios del trabajo con las distintas funciones elementales, las ecuaciones que definen a dichas funciones y la geometría analítica del plano.
4. Estimar y calcular cantidades, relaciones de proporcionalidad, longitudes, áreas y volúmenes, incógnitas y parámetros para proyectar y ejecutar actividades prácticas, así como para resolver problemas relacionados con hechos y fenómenos sociales, científicos y naturales, utilizando su saber acerca de los números reales, las magnitudes, las funciones elementales, las ecuaciones que definen a dichas funciones, la geometría sintética y analítica del plano, la estereometría y la trigonometría.
5. Representar situaciones de la práctica, la ciencia o la técnica mediante modelos analíticos y gráficos y viceversa, extraer conclusiones a partir de esos modelos acerca de las propiedades y relaciones que se cumplen en el sistema estudiado, aplicando para ello los conceptos, relaciones y procedimientos relativos al trabajo con los números reales, las magnitudes, las ecuaciones algebraicas y trascendentes, las funciones elementales, la geometría sintética y analítica del plano, la estereometría y la trigonometría.
6. Realizar ejercicios de búsqueda y demostración de proposiciones matemáticas utilizando los recursos aritméticos, algebraicos, geométricos y trigonométricos que le permitan apropiarse de métodos y procedimientos de trabajo de las ciencias.
7. Formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo económico, político y social local, nacional, regional y mundial y con fenómenos y procesos científico-ambientales, que requieran conocimientos y

habilidades relativos al trabajo con los números reales, las magnitudes, las ecuaciones algebraicas y trascendentes, las funciones elementales, la geometría analítica y sintética del plano, la estereometría y la trigonometría y que promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes, que le permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida.

8. Utilizar técnicas para un aprendizaje individual y colectivo eficiente y para la racionalización del trabajo mental con ayuda de los recursos de las tecnologías de la informática y la comunicación.
9. Exponer sus argumentaciones de forma coherente y convincente a partir un dominio de la simbología y terminología matemáticas y de un adiestramiento lógico - lingüístico, como premisa para su mejor desenvolvimiento en todos los ámbitos de su actividad futura.

### **PLAN TEMÁTICO PARA EL CURSO 2005-2006**

Unidad 1: Ecuaciones con radicales.	13
Unidad 2: Funciones.	26
Unidad 3: Ecuaciones y funciones trigonométricas.	53
Unidad 4: Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas.	35
Unidad 5: Geometría analítica de la recta en el plano.	29
Unidad 6: Curvas de segundo grado. Secciones Cónicas.	29
Sistematización	9
Reserva	16
<b>Total</b>	<b>210</b>

Se eliminarán durante el curso 2005-2006 las video – clases 10, 14, 22, 26, 39, 43, 55, 72, 76, 88, 94, 111, 127, 156 y 161, más otras cinco clases para reajustar el programa de 230 a 210 horas. Los docentes deben visualizar previamente estas video – clases como recurso para su preparación y la planificación de las actividades docentes. Es importante que se revisen las actividades de estudio independiente orientadas en las video – clases anteriores a las que no se van a proyectar.

### **PLAN TEMÁTICO VIGENTE A PARTIR DE LA APLICACIÓN DE LA NUEVA RESOLUCIÓN DE EVALUACIÓN (Undécimo Grado)**

	Tiempo aproximado h/c
<b>Unidad 1:</b> Ecuaciones con radicales.	20
<b>Unidad 2:</b> Funciones.	30
<b>Unidad 3:</b> Ecuaciones y funciones trigonométricas.	58
<b>Unidad 4:</b> Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas.	37
<b>Unidad 5:</b> Geometría analítica de la recta en el plano.	31
<b>Unidad 6:</b> Curvas de segundo grado. Secciones Cónicas.	29
Sistematización	10
Reserva	15
<b>Total</b>	<b>230</b>

## PLAN TEMÁTICO (Segundo año de la ETP)

### Objetivos y contenidos por unidades

#### Unidad 1: *Ecuaciones con radicales.*

##### Objetivos

1. Resolver ecuaciones con radicales que requieren una o dos elevaciones al cuadrado.
2. Comprender la importancia de la comprobación en las ecuaciones con radicales, cuando se realizan operaciones que no son equivalentes.
3. Resolver ejercicios con texto y de aplicación que requieren calcular una cantidad (cantidad de magnitud) de acuerdo con una fórmula y /o efectuar un despeje, realizando operaciones con radicales.

##### Contenidos

###### 1.1. *Repaso de las operaciones con radicales*

Repaso y profundización del concepto de potencia y sus propiedades, así como, de las operaciones con radicales.

###### 1.2 *Ecuaciones con radicales*

Ecuaciones con radicales. Necesidad de realizar la comprobación en una ecuación con radicales, al elevar ambos miembros de la misma a una potencia de exponente par. Resolución de ecuaciones con radicales por reflexiones lógicas. Ecuaciones con radicales que requieran una sola elevación al cuadrado. Ecuaciones con radicales que requieran más de una elevación al cuadrado. Ecuaciones con radicales fraccionarias.

#### Unidad 2: *Funciones.*

##### Objetivos

1. Sistematizar las propiedades (monotonía, paridad, inyectividad, sobreyectividad, biyectividad) de las funciones lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa, así como de las funciones de ecuación  $y = |x|$ ,  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$  y  $y = \sqrt[3]{x}$ .
2. Determinar el dominio, imagen, ceros, composición e inversa de funciones lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa, así como de aquellas que se obtienen de las funciones de ecuación  $y = |x|$ ,  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$  y  $y = \sqrt[3]{x}$ .
3. Representar gráficamente funciones lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa, así como aquellas que se obtienen de las funciones de ecuación  $y = |x|$ ,  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$  y  $y = \sqrt[3]{x}$ .
4. Transferir de una representación a otra de las funciones, es decir, de sus propiedades a su representación analítica, gráfica o descriptiva (en el lenguaje común) y viceversa, aplicando estos conocimientos a situaciones sencillas de la práctica y otras ciencias.

##### Contenidos

###### 2.1. *Repaso y profundización*

Repaso del concepto función, formas de representación y propiedades de funciones numéricas. Dominio, conjunto imagen, ceros de las funciones numéricas. Repaso de la función  $y = ax + b$ . La función  $y = |x|$ . Repaso de la función  $y = ax^2 + bx + c$ .

## 2.2. Estudio de algunas funciones y de sus propiedades

La función de proporcionalidad directa e inversa. La función  $y = x^3$ . Concepto de función inversa, su determinación. Las funciones  $y = \sqrt{x}$  y  $y = \sqrt[3]{x}$ . . Propiedades globales de las funciones numéricas (monotonía, paridad, inyectividad, sobreyectividad, biyectividad). Operaciones racionales (suma, resta, producto y cociente) con funciones numéricas. Función compuesta, dominio de la compuesta.

## Unidad 3: Ecuaciones y funciones trigonométricas.

### Objetivos

1. Calcular razones trigonométricas de ángulos cualesquiera en el sistema sexagesimal y circular de medida de ángulos, aplicando sus definiciones, las relaciones fundamentales entre ellas, el conocimiento de las razones trigonométricas de los ángulos notables y axiales, las fórmulas de reducción, las tablas trigonométricas y las reglas para el cálculo aproximado.
2. Resolver identidades y ecuaciones trigonométricas aplicando lo aprendido sobre la generalización del concepto de ángulo para calcular razones trigonométricas de ángulos cualesquiera y otros recursos algebraicos y trigonométricos como las identidades trigonométricas fundamentales, las fórmulas de adición y del ángulo duplo.
3. Describir e interpretar situaciones de la realidad utilizando el recurso de las funciones trigonométricas  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$ ,  $y = \cot x$ , de sus propiedades a su representación analítica, gráfica o descriptiva (en el lenguaje común) y viceversa, aplicando estos conocimientos a situaciones sencillas de la práctica y otras ciencias.
4. Resolver problemas y ejercicios de aplicación a la geometría plana, otras ciencias o al cálculo de cuerpos, aplicando los teoremas sobre la resolución de triángulos cualesquiera, en particular, la ley de los senos y los cosenos.

### Contenidos

#### 3.1. Repaso y profundización

Repaso de las razones trigonométricas. Teorema del triángulo rectángulo con un ángulo de  $30^\circ$ . Repaso de las razones trigonométricas de los ángulos notables ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ). Relaciones entre las razones trigonométricas de los ángulos complementarios. Resolución de triángulos rectángulos.

#### 3.2 Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera. Identidades y ecuaciones trigonométricas

Sistema circular de medida de ángulos. Medida de los ángulos notables y axiales en el sistema circular. Conversión del sistema sexagesimal al circular y viceversa.

Círculo trigonométrico. Razones trigonométricas de ángulos de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  ( de 0 a  $2\pi$ ). Signo de las razones trigonométricas en los diferentes cuadrantes. Fórmulas de reducción. Razones trigonométricas de ángulos axiales.

Generalización del concepto de ángulo. Fórmulas de reducción de ángulos negativos. Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera. Aplicación a la demostración de identidades y a la resolución de ecuaciones sencillas.

Identidades trigonométricas fundamentales. Aplicaciones. Fórmulas del seno, coseno y tangente de la suma y diferencia de dos ángulos. Fórmulas del seno, coseno y tangente del ángulo duplo. Aplicación a la demostración de otras identidades trigonométricas y a la resolución de ecuaciones trigonométricas.

### 3.3. *Funciones trigonométricas.*

Definición de función seno, coseno, tangente y cotangente. Representación gráfica y propiedades. Las funciones  $y = a \sin (bx+c)$  ,  $y = a \cos (bx+c)$

### 3.4. *Aplicaciones de la trigonometría.*

Resolución de triángulos cualesquiera. Ley de los senos y de los cosenos. Expresión del área de un triángulo en función de las medidas de dos de sus lados y el ángulo comprendido entre estos. Polígonos regulares. Ejercicios y problemas donde se incluirán ejercicios de aplicación a la Geometría, la Física y el cálculo de cuerpos.

## **Unidad 4: *Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas.***

### **Objetivos**

1. Calcular logaritmos y antilogaritmos a partir del dominio de la equivalencia entre  $a^c=b$  y  $\log_a b = c$ , del conocimiento de las propiedades de las potencias y los logaritmos, la utilización de la tabla de logaritmos decimales y la aplicación correcta de las reglas de cálculo aproximado.
2. Resolver ecuaciones e inecuaciones exponenciales y logarítmicas.
3. Resolver ejercicios con texto y de aplicación que requieren calcular una cantidad (cantidad de magnitud) de acuerdo con una fórmula y /o efectuar un despeje, aplicando las propiedades de potencias y logaritmos.
4. Transferir de una representación a otra de las funciones exponenciales y logarítmicas, es decir, de sus propiedades a su representación analítica, gráfica o descriptiva (en el lenguaje común) y viceversa, aplicando estos conocimientos a situaciones sencillas de la práctica y otras ciencias.

### **Contenidos**

#### *4.1. Ecuaciones exponenciales*

Repaso de las propiedades de las potencias de base y exponente real. Igualdad de potencias. Monotonía de la potenciación, diferenciación de casos. Ecuaciones e inecuaciones exponenciales.

#### *4.2. Logaritmo. Propiedades. Aplicaciones*

Definición de logaritmo de base  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ). Identidad fundamental logarítmica. Cálculo de logaritmos aplicando la definición. Propiedades de los logaritmos. Aplicación. Monotonía de la logaritmación, diferenciación de casos. Ecuaciones e inecuaciones logarítmicas.

#### *4.3. Logaritmos decimales.*

Logaritmos decimales: característica y mantisa. Uso de las tablas. Antilogaritmo. Cálculo aplicando logaritmos decimales y sus propiedades.

#### *4.4. Funciones exponenciales y logarítmicas.*

Representación gráfica y propiedades. Las funciones exponencial y logarítmica

como inversa una de la otra. Representación gráfica de datos sobre fenómenos naturales y sociales utilizando el concepto de función exponencial o función logarítmica.

## **Unidad 5: Geometría analítica de la recta en el plano.**

### **Objetivos**

1. Esbozar figuras geométricas que cumplan las condiciones dadas en un enunciado como condición previa para poder inducir la(s) vía(s) de solución de muchos problemas intra- y extramatemáticos.
2. Resolver ejercicios de aplicación que requieran hallar ecuaciones de rectas, determinar sus posiciones relativas e interceptos (de ser el caso), calcular longitudes de segmentos o amplitudes de ángulos en figuras dadas o averiguar las propiedades que estas poseen.
3. (Re)descubrir proposiciones matemáticas sobre la posición relativa de rectas y las relaciones entre longitudes y áreas de figuras geométricas, aplicando conceptos y relaciones de la geometría plana, la ecuación general de la recta y las fórmulas para el cálculo de la distancia entre dos puntos, la pendiente de una recta, la distancia de un punto a una recta y las coordenadas del punto medio de un segmento.

### **Contenidos**

#### *5.1. Repaso y profundización*

Repaso de Geometría Plana: Relaciones de posición entre puntos y rectas y entre rectas. Distancia de un punto a una recta. Triángulos y cuadriláteros. Elementos, clasificación y propiedades. Circunferencias y círculos. Propiedades. Grupo de teoremas de Pitágoras: Teorema de la altura, teorema de los catetos y teorema de Pitágoras. Perímetros y área de figuras planas.

#### *5.2. Geometría Analítica*

Distancia entre dos puntos(con demostración). Pendiente de una recta determinada por dos puntos y su relación con el ángulo de inclinación. Condiciones de paralelismo o perpendicularidad de dos rectas en función de sus pendientes. Fórmulas para determinar las coordenadas del punto medio de un segmento. Aplicaciones geométricas de esta fórmula. Ecuación de un lugar geométrico. Ecuación general de la recta (con demostración), casos particulares. Punto de intersección de dos rectas. Distancia de un punto a una recta. Aplicaciones geométricas.

## **Unidad 6: Curvas de segundo grado. Secciones cónicas.**

### **Objetivos**

1. Describir las secciones cónicas como lugares geométricos y reconocer los elementos fundamentales que las caracterizan.
2. Conocer ejemplos de aplicaciones de las secciones cónicas a situaciones de la vida práctica y otras ciencias.
3. Identificar las ecuaciones de las secciones cónicas y determinar a partir de ellas sus elementos y representación gráfica y viceversa, determinar

las ecuaciones de las secciones cónicas, dados sus elementos o representación gráfica.

4. Determinar, si existen, los puntos de intersección de secciones cónicas y rectas o de secciones cónicas entre sí.

## **Contenidos**

### *6.1. Circunferencia*

Circunferencia de centro en el origen de coordenadas. Circunferencia de centro  $(h;k)$  y radio  $r$  (con demostración). Intersección entre una recta y una circunferencia y entre dos circunferencias. Tangente a una circunferencia. Aplicaciones geométricas.

### *6.2 Parábola.*

Caracterización de la parábola como lugar geométrico del plano. Elementos de la parábola: foco, vértice, parámetro y directriz de la parábola. Ecuación de la parábola referida a su centro y su directriz; ecuación de la parábola desplazada con ejes paralelos a los ejes coordenados. Intersección de una parábola con una recta o entre una parábola y otra cónica

### *6.3. Elipse.*

Definición de la elipse como lugar geométrico del plano. Elementos de la elipse: focos, vértices, excentricidad, ejes, relaciones. Ecuación de la elipse referida a su centro y ejes; ecuación de la elipse desplazada con ejes paralelos a los ejes coordenados. Intersección de una elipse con una recta o entre una elipse y otra cónica.

### *6.4. Hipérbola.*

Definición de la hipérbola como lugar geométrico del plano. Elementos de la hipérbola: focos, vértices, excentricidad, ejes, asíntotas, relaciones. Ecuación de la hipérbola referida a su centro y ejes; ecuación de la hipérbola desplazada con ejes paralelos a los ejes coordenados. Intersección de una hipérbola con una recta o entre una hipérbola y otra cónica.

### *6.5. Sistematización de secciones cónicas*

Ejercicios donde se combinen las cónicas estudiadas y se sistematice todo lo estudiado en la unidad.

## **Orientaciones generales para los profesores**

En el desarrollo del programa debe lograrse que los alumnos recuperen y sistematicen los conocimientos estudiados en niveles y unidades anteriores y en la misma unidad, además de propiciar la integración de las diferentes áreas del conocimiento. De este modo se puede lograr que el alumno se apropie de un cuadro integral de la Matemática. Esta sistematización debe ser activa, a partir de la formulación y resolución de ejercicios y problemas, los cuales serán el medio esencial para organizar de forma sistémica los contenidos en torno a las siguientes clases de problemas:

- Problemas de descripción de una masa de datos y de análisis de sus propiedades generales.
- Problemas de estimación y determinación de cantidades (cantidades de magnitud) y de relaciones entre ellas, así como de parámetros e incógnitas en expresiones matemáticas.
- Problemas de representación de situaciones mediante modelos analíticos y gráficos y viceversa, de interpretación de sistemas de la realidad a partir de modelos dados.
- Problemas de demostración o refutación de proposiciones matemáticas

Debe tenerse en cuenta que en este nivel de enseñanza los estudiantes deben lograr un nivel de formalización y rigor en la asimilación de los contenidos, superior a la lograda en años anteriores. Las tareas propuestas para el trabajo independiente deben incluir actividades de búsqueda bibliográfica donde el estudiante tenga que fichar y comparar definiciones y teoremas, enunciar proposiciones, formular problemas, hacer resúmenes, cuadros sinópticos o esquemas de conceptos, teoremas, procedimientos, estrategias, así como comunicar y debatir sus ideas, presentar informes, mediante trabajo individual o construcciones en común con otros estudiantes del aula.

Los problemas deben ser discutidos de forma colectiva en clase, lo que facilita que los alumnos reflexionen sobre el modo en que fueron resueltos. Un lugar esencial de este análisis debe ser la discusión de diferentes vías de solución para el mismo problema, el análisis de los errores más frecuentes, la posibilidad de transferencia de los conocimientos y modos de la actividad mental y los mecanismos de regulación y control que se pueden poner en marcha. Es importante que ellos aprendan a determinar los conocimientos y habilidades particulares y los modos y estrategias generales de pensamiento que les han sido útiles en la resolución de un ejercicio y/o problema dado. Se recomienda que el estudiante tome nota en sus cuadernos de los obstáculos y errores más frecuentes que se tienden a producir en el trabajo con un concepto, proposición o procedimiento dado. Este modo de actuación contribuye a que los estudiantes vayan conformando de forma individual, con la intervención colectiva, el **procedimiento generalizado** para resolver problemas.

La unidad 1 incrementará en 5 horas su fondo de tiempo a partir del momento en que entre en vigor la nueva Resolución de Evaluación para que los docentes puedan actuar con flexibilidad en la actualización del diagnóstico de sus alumnos y en el aseguramiento del nivel de partida. En particular se reactivarán al inicio los conocimientos y habilidades estudiados anteriormente sobre los dominios numéricos y el trabajo con variables y los conceptos de potencia y sus propiedades. A partir de la definición de potencia de exponente racional y sus propiedades se deben obtener las propiedades de los radicales. Es importante que en la ejercitación se integren estas propiedades y se logre el dominio de las mismas, ya que son la base para todo el trabajo posterior con los radicales. Se deben repasar los valores de las razones trigonométricas de los ángulos notables al realizar ejercicios de cálculo con radicales.

A partir de la comprensión de la definición de ecuación con radicales, se identificarán estas ecuaciones y se resolverán algunas sencillas donde aparecen raíces cuadradas que contienen una variable y requieran una o dos elevaciones al cuadrado. Este trabajo debe permitir sistematizar los distintos tipos de ecuaciones estudiados en el décimo grado; se deben incluir casos que se reduzcan a ecuaciones de segundo grado donde sea necesario la utilización de la fórmula general de la resolución de las ecuaciones de segundo grado. Posteriormente se resolverán ecuaciones donde se eleve una vez al cubo u otra potencia que no conduzca al desarrollo de binomios. Si bien la resolución de ecuaciones con radicales donde se eleve a una potencia  $n > 2$  no es objetivo del grado, se deben mostrar como generalización del algoritmo.

En algunas ocasiones resulta ventajoso determinar primero el dominio de definición de la ecuación con radicales, como lo demuestran los ejemplos de resolución de este tipo de ecuaciones mediante reflexiones lógicas, que se encuentran en el módulo "Temas" del Eureka.

En la Unidad 2 se profundizará en el concepto de función como correspondencia y en su interpretación como conjunto de pares ordenados, comenzando por la reactivación de los contenidos previos estudiados en Secundaria Básica y décimo grado sobre la función lineal y la cuadrática, la proporcionalidad directa e inversa.

En general, en el tratamiento de todas las clases de funciones se tratará de revelar su importancia desde el punto de vista intra- y extra matemático, priorizando aquellos problemas de carácter político - ideológico, económicos y científicos - ambientales, con datos de la actualidad que reflejen la obra económica, política y social de la Revolución y que permitan fundamentar la superioridad del sistema socialista cubano sobre el capitalista.

En el estudio de este tema los alumnos deben poder pasar de una forma de representación de una función a otra, es decir, de sus propiedades a su representación analítica y gráfica y viceversa. En particular deben ser capaces de realizar inferencias acerca de los fenómenos y procesos de la realidad estudiados y de poner ejemplos de otros que se comportan de acuerdo con una ley determinada, además de poder hallar parámetros de una ecuación empírica. Al trabajar con las funciones cuadráticas deben poder resolver problemas sencillos de optimización que no sean sólo de naturaleza geométrica.

Se recomienda hacer uso de un asistente matemático como el simulador de funciones del Eureka para comprender las modificaciones de la ecuación y del gráfico de una función por dilatación, contracción o la realización de algún movimiento. Este asistente también es adecuado para aventurar o verificar hipótesis acerca de los parámetros de un tipo de ecuación, que describe alguna situación de la realidad.

Los alumnos deben poder elaborar por sí mismos una sucesión de indicaciones de carácter cuasi - algorítmico para hacer el análisis de las propiedades globales de las funciones que se estudian en este tema. Debe atenderse al rigor en el estudio de esta problemática, por ejemplo, los alumnos deben percatarse de las diferencias entre funciones definidas por una misma regla en conjuntos distintos, deben diferenciar entre la monotonía en un intervalo y en todo el dominio, deben tener claridad que las operaciones con funciones están

definidas en la intersección de los dominios de las funciones con que se operan, deben saber cuándo existe la inversa de una función, etc.

Entre los ejercicios deben incluirse aquellos que apliquen las propiedades de las funciones y los tipos de ecuaciones estudiadas, por ejemplo, para hallar los puntos donde la función corta a los ejes coordenados o buscar los puntos donde se cortan dos o más funciones. Debe tenerse en cuenta la necesidad de repasar el concepto de módulo antes de estudiar la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  con  $f(x) = |x|$ . Para calcular los ceros de esta función en algunos casos se revolverán ecuaciones modulares sencillas del tipo  $|x+a|=b$ .

En la unidad 3 se reactivarán las razones trigonométricas y la resolución de triángulos rectángulos. De igual forma se repasarán los contenidos relativos al sistema sexagesimal de medidas de ángulos y se introducirá el sistema circular.

Un punto culminante en esta unidad es la generalización del concepto de ángulo, que permitirá extender el cálculo trigonométrico a ángulos cualesquiera en ambos sistemas de medidas de ángulos, así como los conceptos de ecuación e identidad trigonométrica. Debe lograrse que los alumnos comprendan la deducción de las identidades fundamentales y las fórmulas en el círculo trigonométrico, a partir de la relación pitagórica en el triángulo rectángulo determinado por las coordenadas del punto  $P(x;y)$  y el radio.

En el trabajo con las ecuaciones trigonométricas se deben resolver ejercicios que conduzcan a la resolución de ecuaciones de los tipos que se estudiaron con anterioridad, incluyendo las fraccionarias y con radicales, como una forma de sistematizar los contenidos aprendidos. También deben resolverse ecuaciones con dominio restringido. Se demostrarán las fórmulas del seno y el coseno de la suma y diferencia de dos ángulos. A partir de las fórmulas de adición se obtendrán las fórmulas del ángulo duplo.

Al tratar las funciones trigonométricas deben sistematizarse todos los conocimientos acerca de las funciones. Deben incluirse ejercicios donde los alumnos puedan hacer transferencias entre las distintas formas de representar una función trigonométrica, donde se requieran resolver ecuaciones trigonométricas para determinar sus propiedades y en los que se aplique en particular la periodicidad de estas funciones. Se definirá la función armónica  $y=asen(bx+c)$  analizando los efectos que provocan los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  en el gráfico de la función seno y se obtendrá  $y=acos(bx+c)$  por analogía.

Se reactivará el grupo de Teoremas de Pitágoras y se introducirán las leyes de los senos y los cosenos, los que se aplicarán a la geometría plana, a otras ciencias y al cálculo de cuerpos. Para ello se repasarán los conceptos de polígono (convexo, no convexo), polígono regular, y los cuerpos geométricos estudiados con anterioridad. Debe quedar bien claro en los estudiantes que conocido el número de lados de un polígono regular y otro elemento cualquiera, es posible siempre hallar los restantes (el cálculo se reduce al cálculo en un triángulo isósceles y por ende al de un triángulo rectángulo).

En la unidad 4 se reactivarán las propiedades de las potencias de base y exponente real y se analizará la relación de igualdad entre dos potencias y la monotonía de la potenciación, sobre cuya base se introducirá el concepto de ecuación e inecuación exponencial. Se analizarán los casos cuando la base

es mayor que uno o está entre cero y uno. Estas ecuaciones e inecuaciones se resolverán a partir de los conocimientos y habilidades relacionados con las propiedades de las potencias y los procedimientos de resolución de los otros tipos de ecuaciones e inecuaciones estudiadas hasta el momento.

De igual forma se introducirá la logaritimación como otra operación inversa de la potenciación y se analizará la definición de logaritmo de base  $a$  y las identidades fundamentales que se derivan de ella. Se resolverán ejercicios de cálculo de logaritmos aplicando la definición y sus propiedades. También aquí se analizará la monotonía de la logaritimación y se diferenciarán los casos cuando la base es mayor que uno o está entre cero y uno y se compararán logaritmos. Las ecuaciones e inecuaciones logarítmicas se resolverán aplicando los conocimientos y habilidades precedentes. Las inecuaciones que se trabajen deben ser sencillas. En particular en el caso de las logarítmicas resulta conveniente en muchos casos que se determine primeramente el dominio de definición o el conjunto de valores admisibles de la inecuación.

En este contexto se tratarán los conceptos de característica y mantisa de los logaritmos decimales y a partir de ello con ejemplos se llegará a la definición de antilogaritmo de un número, importante por ejemplo para la asignatura de Química.

A través de ejemplos de la práctica se presentarán las funciones exponencial y logarítmica. Se reactivará el concepto de función inversa para obtener la función de ecuación  $y = 10^x$ . Se resolverán ejercicios sobre la representación gráfica de las funciones exponencial y logarítmica y el análisis de sus propiedades, además, de ejercicios donde se obtengan funciones compuestas y la inversa de una función logarítmica o exponencial dada. En todos los casos se valorará el efecto de la variación de los parámetros de la ecuación funcional en su gráfico.

En la unidad 5 se deben repasar los contenidos de la geometría sintética del plano, que el diagnóstico preliminar de los alumnos indique necesario reactivar. Deben incluirse en el repaso sobre triángulos las rectas y puntos notables.

Es importante que los alumnos comprendan las ventajas del método de coordenadas en la geometría y aprecien cómo algunos ejercicios pueden resolverse de manera más fácil por esta vía. Deben proponerse ejercicios de cálculo y demostración que permitan resolverse por varias vías y que integren lo que se va tratando paulatinamente con las propiedades de las figuras planas.

Se ampliará por ejemplo el concepto de pendiente como la tangente del ángulo de inclinación de la recta respecto al semieje positivo de las  $x$  y se utilizará en el análisis de la posición relativa de rectas. Como aspecto central de la unidad se tratará la ecuación cartesiana de la recta. La posición relativa de rectas se abordará también al tratar de calcular el punto de intersección de ellas, en caso de que exista, mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones. Estos conocimientos se deben aplicar a la clasificación de cuadriláteros y triángulos, exigiendo previamente a los alumnos que hagan el esbozo de las figuras geométricas que cumplan las condiciones dadas en un enunciado.

Después de dar el concepto de ángulo entre dos rectas se demostrará la fórmula para determinar su amplitud y se determinará la distancia de un punto a una recta. Este conocimiento será útil para el trabajo con las propiedades de las figuras geométricas y el cálculo de áreas y será utilizado en el grado doce cuando se analice la distancia de un punto a un plano.

En la Unidad 6, en el caso de la circunferencia y la parábola se reactivarán primeramente los conceptos previos que poseen los estudiantes sobre estas cónicas. En el caso de la parábola se recurrirá en particular a los conocimientos sobre funciones, tal como se hace en la video – clase correspondiente.

En general, se definirán las cónicas como lugares geométricos para lo que resulta conveniente su trazado con los instrumentos de dibujo u otros medios en el caso de la circunferencia, la parábola y la elipse. Se hará la deducción de sus respectivas ecuaciones canónicas en el caso de que no estén desplazadas, o sea, tengan centro o vértice en el origen de coordenadas y ejes o semiejes coincidentes con los ejes coordenados. Posteriormente se tratará la ecuación de la cónica desplazada con ejes paralelos a los ejes coordenados y se hallarán condiciones suficientes para la determinación de una cónica, lo cual se puede hacer al indicar algunos elementos, dar su ecuación o su gráfico. Es necesario que el alumno pueda pasar de una forma a otra de determinación de una cónica y desarrolle habilidades en el esbozo de los gráficos, resultando importante en este sentido que se apropie del concepto de asíntota en el caso de la hipérbola. Por último se abordará lo relativo a la posición relativa de cónicas y rectas y de cónicas entre sí.

Se incluye el epígrafe 6.5 para sistematizar el trabajo con secciones cónicas, aunque esto se debe ir haciendo durante el desarrollo de toda la unidad.

Los contenidos a desarrollar en el programa deberán ser tratados con un enfoque integrador y generalizador, en que se consoliden y sistematicen los propios de la unidad y de otras unidades del programa como un sistema de recursos que le sirvan a los estudiantes para resolver los problemas prácticos antes señalados y no como objetos matemáticos independientes entre sí.

## **SISTEMA DE MEDIOS**

En la bibliografía especializada se define a los **medios de enseñanza** como *los componentes del proceso docente-educativo que actúan como soporte material de los métodos (instructivos o educativos) con el propósito de lograr los objetivos planteados*<sup>1</sup>.

El sistema de medios comprende las videoclases, vía fundamental mediante la cual se impartirán los contenidos del programa, el libro de texto y otros materiales que pueden servir de consulta, así como el software educativo, los asistentes matemáticos o los sistemas de aplicación. Se incluyen, además, láminas y otros que el profesor considere necesarios.

La video-clase, moderno medio audiovisual, sirve como elemento integrador de otros medios: libros de textos, diapositivas, transparencias, fotografías,

---

<sup>1</sup> González Castro, Vicente. *Teoría y práctica de los medios de enseñanza*. Ed. Pueblo y Educación. La Habana. 1986. (p. 48)

carteles, materiales fílmicos, etc.; esta particularidad la convierte en una potente herramienta al servicio del proceso docente-educativo y le permite articularse coherentemente en la clase.

La *articulación*, entendida como la concatenación sistémica de los medios (audiovisuales y en otro soporte) entre sí, con las funciones didácticas y los demás componentes no personales del proceso, en correspondencia con el diagnóstico; ha de ser el criterio rector para el empleo de la video-clase en la clase.

Para la correcta articulación de la video-clase en la clase se tendrán en cuenta los siguientes momentos:

### **Momentos para la articulación de la video-clase en la clase:**

1. Preparación de la clase
2. Ejecución de la clase con el empleo de la video-clase.

El primer momento del proceso se dedicará, como bien se indica, a la preparación y se han diseñado acciones que nos parecen indispensables para la posterior ejecución de la clase.

#### Acciones para la preparación de la clase:

- *Consulta de los documentos rectores.*

El profesor consultará el Programa de la asignatura, las Orientaciones metodológicas, la dosificación y cualquier otro documento necesario.

- *Visualización de la video-clase y análisis de su contenido*

El profesor visualizará el material e irá tomando notas de lo que considere más importante, teniendo en cuenta la relación de la video-clase con el programa, la unidad y el sistema de clases y, además, con la realidad de su grupo (diagnóstico).

- *Planificación de la clase en su articulación con la video-clase, software educativos, textos de consulta y otros medios y el sistema de clases, teniendo en cuenta el diagnóstico del grupo.*

Se planificará la clase tomando en consideración el criterio de *articulación* y sin perder de vista los componentes funcionales y las funciones didácticas del proceso educativo. Es este el momento de decidir las actividades que realizarán los estudiantes porque, y siempre teniendo en cuenta el diagnóstico, se podrán proponer otras no contempladas en el material.

El segundo momento es ya la ejecución de la clase con el empleo de la video-clase, para el cual deberán tomarse en cuenta las siguientes:

#### Acciones para la ejecución de la clase con el empleo de la video-clase:

- *Acciones previas a la proyección.*

El docente realiza las acciones necesarias para asegurar el nivel de partida de la clase, establece nexos entre lo viejo conocido y lo nuevo por conocer, motiva y orienta a los estudiantes hacia el objetivo que persigue, dirige la atención hacia los conceptos o procedimientos esenciales a partir del

diagnóstico grupal e individual, propicia un clima socio-psicológico que favorece una adecuada percepción del material de estudio, crea condiciones para la posición correcta frente al televisor, asegura la disponibilidad y organiza los materiales necesarios.

- *Acciones durante la proyección*

La visualización será productiva, en buena medida, si el paso anterior a ella se garantiza y se controla la atención por el alumno del material de estudio, se regula y controla la comprensión atendiendo a las posibilidades y reacciones del alumno, si este participa mediante preguntas, reflexiones o valoración del material observado, si se propicia la ejecución de tareas por los alumnos utilizando formas de organización diversas, si los alumnos realizan acciones de autocontrol y autovaloración durante el proceso, si éste toma notas incluso de ideas generadas como resultado de su propia reflexión, y si se aprovechan las potencialidades del contenido de enseñanza para realizar la labor educativa.

- *Acciones posteriores a la proyección.*

El docente vincula el contenido que se ofrece en el video con los objetivos previstos teniendo en cuenta el carácter integrador y la interdisciplinariedad, realiza acciones para la asimilación de los aspectos no comprendidos, propicia el desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento y que el alumno reflexione sobre el valor educativo del material de estudio, contribuye al desarrollo de relaciones interpersonales positivas a través del trabajo cooperado, atiende diferenciadamente las necesidades y potencialidades de los alumnos y del grupo a partir del diagnóstico, utiliza formas de organización adecuadas, propicia variadas formas de control y autocontrol del aprendizaje, estimula la búsqueda del conocimiento mediante el empleo de otros medios como actividad de clases o independiente, logra un comportamiento adecuado en sus alumnos y orienta el estudio independiente.

Muy importante es tener presente que la evaluación se realizará durante todo el desarrollo de la clase, de acuerdo a las necesidades del proceso.

## **EVALUACIÓN**

La evaluación se concibe como un proceso continuo que permite comprobar de forma sistemática los resultados alcanzados por los alumnos en su desarrollo integral, de acuerdo con los objetivos del nivel y del grado. Permite comprobar no sólo el nivel de conocimientos, habilidades y capacidades de los alumnos, sino posibilita también valorar sus actitudes, gustos, intereses y valores.

A continuación se precisan los niveles de logro que se aspira que alcancen los alumnos al finalizar el curso:

### **Unidad 1:** Ecuaciones con radicales.

- Identificación de las insuficiencias y necesidades de ampliación de los distintos dominios numéricos, incluyendo  $R$ .
- Resolución de ejercicios formales y con texto que requieren calcular una cantidad (cantidad de magnitud) de acuerdo con una fórmula y /o efectuar un despeje, realizando operaciones con radicales.

- Resolución de ecuaciones con radicales que requieren una o dos elevaciones al cuadrado.
- Comprobación de si ciertos valores satisfacen o no una ecuación con radicales.

### **Unidad 2:** Funciones.

- Identificación y fundamentación de cuáles correspondencias son o no funciones.
- Cálculo de forma analítica de valores funcionales y de interceptos con los ejes coordenados de las funciones numéricas estudiadas y de forma gráfica de funciones reales cualesquiera.
- Determinación analítica del dominio, conjunto imagen y ceros y de otras propiedades globales de las funciones numéricas estudiadas, y de forma gráfica, de funciones reales cualesquiera.
- Identificación de la existencia de relaciones de proporcionalidad (directa e inversa) y cálculo del factor de proporcionalidad.
- Resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa.
- Transferencia de una representación a otra de las funciones estudiadas, es decir:
  - Dada la representación gráfica de una función, determinar su ecuación funcional y propiedades y poner ejemplos de situaciones que se describan mediante ella en casos muy sencillos, en caso de no conocerse de antemano una situación semejante.
  - Hallar la ecuación funcional y la representación gráfica de una función (entre todas las posibles) que cumpla determinadas propiedades o satisfaga la situación expresada en el lenguaje común.
  - Dada la ecuación de una función, determinar su representación gráfica y propiedades y poner ejemplos de situaciones que se describan mediante ella en casos muy sencillos, en caso de no conocerse de antemano una situación semejante.
- Identificación o realización de modificaciones de la ecuación y del gráfico de una función por dilatación, contracción o la realización de algún movimiento
- Determinación de la inversa de una función dada y de su representación gráfica.
- Determinación de la función compuesta de dos o varias funciones dadas.

### **Unidad 3:** Ecuaciones y funciones trigonométricas.

- Cálculo de razones trigonométricas de ángulos cualesquiera, utilizando correctamente las reglas del cálculo aproximado.
- Resolución de identidades y ecuaciones trigonométricas aplicando las identidades trigonométricas fundamentales, las fórmulas de adición y del ángulo duplo.
- Transferencia de una representación a otra de las funciones trigonométricas  $y = \text{sen } x$ ,  $y = \text{cos } x$ ,  $y = \text{tan } x$ ,  $y = \text{cot } x$ , es decir, de sus propiedades a su representación analítica, gráfica o descriptiva (en el lenguaje común) y viceversa, aplicando estos conocimientos a situaciones sencillas de otras ciencias.
- Resolución de triángulos cualesquiera.

- Resolución de problemas y ejercicios de aplicación a polígonos regulares, otras ciencias o al cálculo de cuerpos.

**Unidad 4:** Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas.

- Cálculo de logaritmos aplicando su definición, propiedades y la tabla de logaritmos decimales y utilizando correctamente las reglas de cálculo aproximado.
- Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Resolución de ejercicios con texto y de aplicación que requieren calcular una cantidad (cantidad de magnitud) de acuerdo con una fórmula y /o efectuar un despeje, aplicando las propiedades de potencias y logaritmos.
- Resolución de inecuaciones exponenciales y logarítmicas mediante reflexiones lógicas.
- Transferencia de una representación a otra de las funciones exponenciales y logarítmicas, es decir, de sus propiedades a su representación analítica, gráfica o descriptiva (en el lenguaje común) y viceversa, aplicando estos conocimientos a situaciones sencillas de la práctica y otras ciencias.

**Unidad 5:** Geometría analítica de la recta en el plano.

- Resolución de ejercicios formales y de aplicación que requieran hallar ecuaciones de rectas, determinar sus posiciones relativas e interceptos (de ser el caso), calcular longitudes de segmentos o amplitudes de ángulos en figuras dadas o averiguar las propiedades que poseen, utilizando las fórmulas para la determinación de la distancia entre dos puntos, la pendiente de una recta, las coordenadas del punto medio de un segmento o la distancia de un punto a una recta.
- Resolución de ejercicios de demostración en que se (re)descubran propiedades geométricas, aplicando conceptos y relaciones de la geometría plana, la ecuación general de la recta y las fórmulas estudiadas.

**Unidad 6:** Curvas de segundo grado. Secciones Cónicas.

- Descripción de las secciones cónicas como lugares geométricos y reconocimiento de los elementos que las caracterizan.
- Planteo de ejemplos de aplicaciones de las secciones cónicas a situaciones de la vida práctica y otras ciencias.
- Identificación de las ecuaciones de las secciones cónicas y determinación a partir de ellas de sus elementos y representación gráfica.
- Determinación de las ecuaciones de las secciones cónicas, dados sus elementos o representación gráfica.
- Determinación, si existen, de los puntos de intersección de secciones cónicas y rectas o de secciones cónicas entre sí.

**BIBLIOGRAFÍA**

Colectivo de autores: Libros de texto de Matemática de Secundaria Básica y Preuniversitario. Editorial Pueblo y Educación.

Davidson San Juan, L., Reguera Vilar, R. y otros: Manual de Problemas de Matemática Elemental I y II. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

González Rangel, M.: Algunas ideas sobre la utilización de la resolución de clases de problemas para desarrollar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la geometría en el preuniversitario. En: Resúmenes II Congreso Internacional de Didáctica de las Ciencias. La Habana, 2002.

Hernández Avalos, Jacinto: ¿Cómo estás en Matemática?. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002.

Kalnin, R.A.: Álgebra y Funciones Elementales. Editorial Mir, Moscú, 1972.

Lidsky, V. y otros: Problemas de Matemática Elemental. Editorial Mir, Moscú.

Sandoval Torres, A.: Actividades de Matemática para el Ingreso a la Educación Superior. Editorial Fama, La Habana, 2000.

.